Correction du devoir surveillé n° 6.

☺ Exercice 1 : Questionnaire à choix multiple :

Pour chaque question, entourer la seule réponse exacte. Aucune justification n'est attendue.

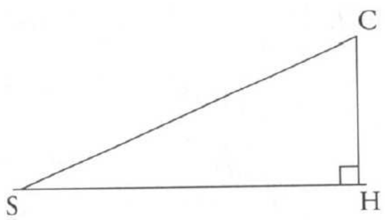
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Questions		Réponses			
1	Quelle est l'expression développée de $(4x-7)^2$?	$16x^2-28x+49$	$16x^2-49$	$16x^2-56x+49$	$16x^2-56x-49$
2	Si ABC est un triangle rectangle en C, alors $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$ est égal à :	$\frac{AC}{AB}$	$\frac{BC}{AB}$	$\frac{AC}{BC}$	$\frac{BC}{AC}$
3	Quelle est l'écriture scientifique du nombre 378,5 ?	$3,785\times10^2$	$3,785\times10^{-2}$	$0,3785\times10^3$	$0,3785\times10^{-3}$
4	Si DEF est un triangle rectangle en E, alors on a :	$DE=EF\times\tan\left(\widehat{EDF}\right)$	$DE=\frac{\tan\left(\widehat{EDF}\right)}{EF}$	$DE=\frac{EF}{\tan\left(\widehat{EDF}\right)}$	$EF=\frac{DE}{\tan\left(\widehat{EDF}\right)}$
5	Quelle est l'expression factorisée de $4x^2-9$?	$(4x-3)^2$	$(4x+9)(4x-9)$	$(2x-3)^2$	$(2x+3)(2x-3)$
6	Si GHI est un triangle rectangle tel que $\tan\left(\widehat{HGI}\right)=\frac{HI}{GH}$, alors $\sin\left(\widehat{HGI}\right)$ est égal à :	$\frac{HI}{GI}$	$\frac{GH}{GI}$	$\frac{GI}{HI}$	$\frac{GI}{GH}$

☺ Exercice 2 :

Simon joue avec son cerf-volant au bord de la plage. La ficelle est déroulée au maximum et elle est tendue ; elle mesure 50 m.

S : position de Simon
C : position du cerf-volant
$SC = 50\,\text{m}$



1) La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 80°.
Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est-à-dire CH (on donnera la réponse arrondie au mètre).
2) Lorsque la ficelle fait avec l'horizontale un angle de 40°, la distance CH est-elle la moitié de celle calculée à la question 1 ? Justifier la réponse.

Correction :

1) Dans le triangle CSH rectangle en H, on a :

$$\sin\left(\widehat{CSH}\right)=\frac{CH}{SC}$$

$$\sin(80)=\frac{CH}{50}$$

donc $CH = 50\times\sin(80)$

$\boxed{CH \approx 49\text{ m.}}$

Lorsque la ficelle fait un angle de 80° avec l'horizontale, le cerf-volant se trouve à une hauteur d'environ 49 m.

2) Si $\widehat{CSH} = 40°$, alors, d'après la question 1, on a : $CH = 50 \times \sin(80)$

$\boxed{CH \approx 32\,\text{m}.}$

$\frac{1}{2} \times 49 = 24,5 \neq 32$.

Lorsque la ficelle fait un angle de 40° avec l'horizontale, la hauteur CH à laquelle se trouve le cerf-volant n'est pas la moitié de celle obtenue à la question 1.

☺ **Exercice 3 :**

La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.
On ne demande pas de la reproduire.

$B \in [AC]$ $\quad D \in [CE]$ $\quad (BD)//(AE)$

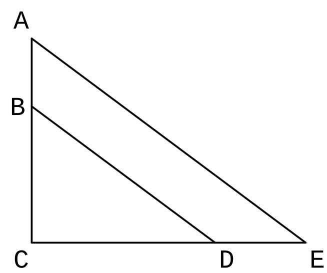
$AB = 4\,\text{cm}$ $\quad AC = 12\,\text{cm}$

$BD = 10\,\text{cm}$ $\quad CD = 6\,\text{cm}$.

1) Calculer les longueurs CE et AE. Justifier.

2) Démontrer que le triangle BCD est rectangle.

3) En déduire la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{CBD}$.



Correction :

1) Longueurs CE et AE :

Les droites (AB) et (DE) sont sécantes en C et les droites (BD) et (AE) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CB}{CA} = \frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE}$, soit $\frac{12-4}{12} = \frac{6}{CE} = \frac{10}{AE}$, soit $\frac{8}{12} = \frac{6}{CE} = \frac{10}{AE}$.

Pour CE :

$\frac{8}{12} = \frac{6}{CE}$

donc $8 \times CE = 6 \times 12$

donc $CE = \frac{6 \times 12}{8}$

$CE = \frac{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{4}}$

$\boxed{CE = 9\,\text{cm}.}$

Le segment $[CE]$ mesure donc 9 cm.

Pour AE :

$\frac{8}{12} = \frac{10}{AE}$

donc $8 \times AE = 10 \times 12$

donc $AE = \frac{10 \times 12}{8}$

$AE = \frac{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{4}}$

$\boxed{AE = 15\,\text{cm}.}$

Le segment $[AE]$ mesure donc 15 cm.

2) Nature du triangle BCD :

$[BD]$ est le plus grand côté du triangle BCD.

On a : $BD^2 = 10^2 = 100$.

Par ailleurs : $CB^2 + CD^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$.

On constate que $BD^2 = CB^2 + CD^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BCD est rectangle en C.

3) Mesure de l'angle $\widehat{CBD}$:

Dans le triangle BCD rectangle en C, on a :

$$\cos\left(\widehat{CBD}\right)=\frac{BC}{BD}$$

$$\cos\left(\widehat{CBD}\right)=\frac{8}{10}\ .$$

D'où : $\boxed{\widehat{CBD}\approx 37°}$.

L'angle $\widehat{CBD}$ mesure donc environ 37°.

☺ **Exercice 4 :**

1) On considère l'expression littérale $A=(2x+3)^2-16$.

a) Développer et réduire l'expression *A*.
b) Factoriser l'expression *A*.

2) On considère l'expression littérale $B=9x^2-30x+25-(3x-5)(4-x)$.

a) Factoriser l'expression $9x^2-30x+25$.
b) En déduire une factorisation de l'expression *B*.

Correction :

1) a) Développement de l'expression *A* :

$$A=(2x+3)^2-16$$
$$A=4x^2+12x+9-16$$
$$\boxed{A=4x^2+12x-7}.$$

b) Factorisation de l'expression *A* :

$$A=(2x+3)^2-16$$
$$A=(2x+3+4)(2x+3-4)$$
$$\boxed{A=(2x+7)(2x-1)}.$$

2) a) Factorisation : $9x^2-30x+25=(3x-5)^2$.

b) Factorisation de l'expression *B* :

$$B=9x^2-30x+25-(3x-5)(4-x)$$
$$B=(3x-5)^2-(3x-5)(4-x) \qquad \text{(d'après la question 2.a)}$$
$$B=(3x-5)\left[(3x-5)-(4-x)\right]$$
$$B=(3x-5)[3x-5-4+x]$$
$$\boxed{B=(3x-5)(4x-9)}.$$

☺ **Exercice 5 :**

1) Construire ci-dessous un triangle *ABC* rectangle en *A* tel que $AB = 4$ cm et $\widehat{ABC} = 60°$.
2) La hauteur du triangle *ABC* issue de *A* coupe le segment $[BC]$ en *H*. Construire le point *H*.
3) Calculer la longueur *BC*. Justifier.
4) Calculer la longueur *AH* (arrondir au mm). Justifier.

Figure :

Correction :

1) et 2) Figure : RAS.

3) Longueur *BC* :

Dans le triangle *ABC* rectangle en *A*, on a : $\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AB}{BC}$

$$\cos(60) = \frac{4}{BC}$$

donc $BC \times \cos(60) = 4$

donc $BC = \dfrac{4}{\cos(60)}$

$$\boxed{BC = 8\,\text{cm.}}$$

Le segment $[BC]$ mesure donc 8 cm.

4) Longueur *AH* :

H est le pied de la hauteur du triangle *ABC* issue de *A*, donc le triangle *ABH* rectangle en *H*.

Dès lors : $\sin\left(\widehat{ABH}\right) = \dfrac{AH}{AB}$

$$\sin(60) = \frac{AH}{4}$$

donc $AH = 4 \times \sin(60)$

$$\boxed{AH \approx 3{,}5\,\text{cm.}}$$

Le segment $[AH]$ mesure donc environ 3,5 cm.