

Correction du devoir surveillé n° 8.

☺ Exercice 1 :

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 7.
- Soustraire 5 au résultat obtenu.
- Ecrire le résultat.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Ajouter 8 au triple de ce nombre.
- Ecrire le résultat.

- 1) En appliquant le **programme A**, Valentine obtient 9. Quel nombre a-t-elle choisi ? Justifier.
- 2) Martin applique le **programme B** en choisissant le nombre -2 . Quel résultat obtient-il ? Justifier.
- 3) Juliette et Louise choisissent toutes les deux un même nombre décimal. Juliette applique le **programme A** et Louise, le **programme B**. Elles obtiennent alors le même résultat. Quel nombre les deux filles ont-elles choisi au départ ? Justifier.

Correction :

1) En obtenant 9 avec le programme A :

- 9
- $9 + 5 = 14$
- $14 \div 7 = 2$.

Valentine a donc choisi le nombre 2.

2) En appliquant le programme B avec -2 :

- -2
- $8 + 3 \times (-2) = 8 - 6 = 2$
- 2.

Donc, en appliquant le programme B avec le nombre -2 , Martin obtient 2.

3) Soit x le nombre choisi au départ par les deux filles.

On résout l'équation :

$$7x - 5 = 8 + 3x$$

$$7x - 3x = 8 + 5$$

$$4x = 13$$

$$x = \frac{13}{4}$$

$$x = 3,25$$

L'équation admet une unique solution : c'est 3,25.

Juliette et Louise ont donc choisi au départ le nombre 3,25.

☺ Exercice 2 :

Pour emprunter des livres dans une bibliothèque, on a le choix entre deux options :

- **Option 1** : payer une participation de 0,50 € par livre emprunté ;
- **Option 2** : acheter une carte rose de bibliothèque à 7,50 € par an et ne payer qu'une participation de 0,20 € par livre emprunté.

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre de livres empruntés par an	10	30	45
Prix avec l' option 1 (en €)	5	15	22,5
Prix avec l' option 2 (en €)	9,5	13,5	16,5

2) On note x le nombre de livres empruntés par une personne en une année.

- Déterminer la fonction f qui modélise le prix à payer en € en fonction du nombre de livres empruntés par an avec l'**option 1**.
- Déterminer la fonction g qui modélise le prix à payer en € en fonction du nombre de livres empruntés par an avec l'**option 2**.
- Calculer l'image de 12 par la fonction g . Interpréter concrètement ce résultat.
- Quels sont les antécédents de 16 par la fonction f ? Interpréter concrètement ce résultat.
- Une troisième option consiste à acheter une carte verte de bibliothèque à 15,50 € par an et emprunter autant de livres que l'on veut.

Déterminer la fonction h qui modélise le prix à payer en € en fonction du nombre de livres empruntés par an avec l'**option 3**.

f) Résoudre l'équation : $0,5x = 7,5 + 0,2x$.

Que représente la solution trouvée pour une personne empruntant des livres ?

3) Tracer un repère orthogonal en prenant 1 cm pour 5 livres sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 € sur l'axe des ordonnées, puis représenter graphiquement, en justifiant, les fonctions f , g et h .

4) En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes. *On fera apparaître avec des couleurs différentes les traits de construction permettant la lecture graphique et on indiquera les valeurs utiles.*

- Quelle est l'option la plus avantageuse si on emprunte 35 livres par an ? Combien paie-t-on alors ?
- Quelle option permet d'emprunter le plus de livres si on dispose d'un budget annuel de 12 € ? Combien de livres peut-on alors emprunter ?
- Marquer les traits qui permettent de déterminer graphiquement le résultat de la question 2.f.
- A partir de combien de livres empruntés l'**option 3** est-elle la plus avantageuse ? Justifier.

Correction :

2) a) Le prix à payer (en €) en fonction de x avec l'option 1 est modélisé par la fonction $f : x \mapsto 0,5x$.

b) Le prix à payer (en €) en fonction de x avec l'option 2 est modélisé par la fonction $g : x \mapsto 0,2x + 7,5$.

c) Image de 12 par la fonction g :

$$g(12) = 0,2 \times 12 + 7,5$$

$$g(12) = 2,4 + 7,5$$

$$g(12) = 9,9.$$

L'image de 12 par la fonction g est 9,9.

L'emprunt de 12 livres avec l'option 2 coûte 9,90 €

d) Antécédents de 16 par la fonction f :

$$f(x) = 16$$

$$0,5x = 16$$

$$x = \frac{16}{0,5}$$

$$x = 32.$$

Le nombre 16 admet un unique antécédent par la fonction f : c'est 32.

Avec 16 €, on peut emprunter 32 livres avec l'option 1.

e) Le prix à payer (en €) en fonction x avec l'option 3 est modélisé par la fonction $h: x \mapsto 15,5$.

f) $0,5x = 7,5 + 0,2x$

$$0,5x - 0,2x = 7,5$$

$$0,3x = 7,5$$

$$x = \frac{7,5}{0,3}$$

$$x = 25.$$

L'équation admet une unique solution: c'est 25.

La solution trouvée (25) représente le nombre de livres pour lequel les prix avec l'option 1 et l'option 2 sont identiques.

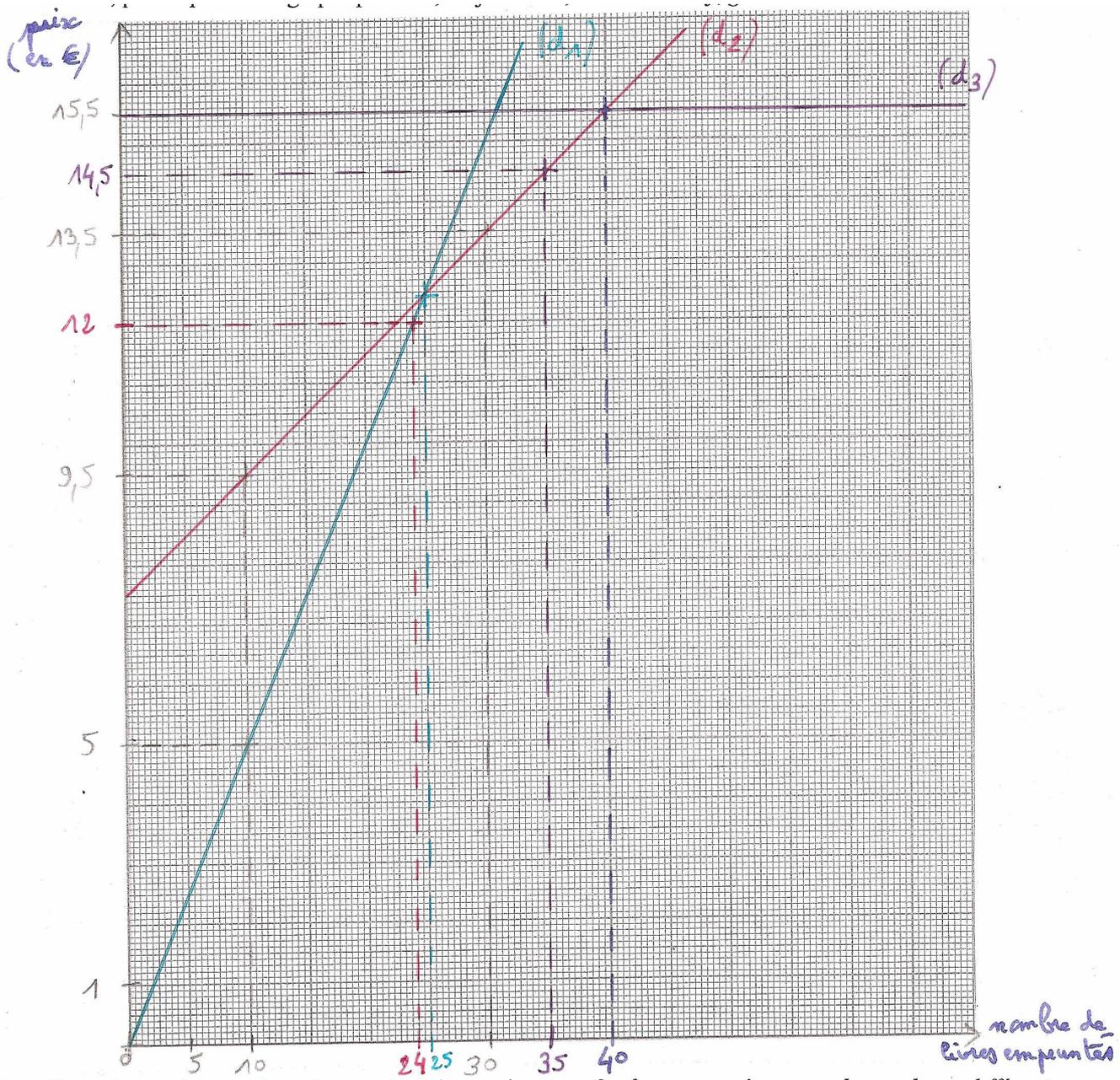
3) Représentations graphiques :

La fonction f est de la forme $x \mapsto ax$ avec $a = 0,5$: elle est donc linéaire, de coefficient de linéarité 0,5. Par conséquent, sa représentation graphique est une droite (d_1) qui passe par l'origine du repère.

La fonction g est de la forme $x \mapsto ax + b$ avec $a = 0,2$ et $b = 7,5$: elle est donc affine, de coefficient de linéarité 0,2 et d'ordonnée à l'origine 7,5. Par conséquent, sa représentation graphique est une droite (d_2).

La fonction h est de la forme $x \mapsto k$ avec $k = 15,5$: elle est donc constante. Par conséquent, sa représentation graphique est une droite horizontale (d_3).

On utilise le tableau de la question 1 pour placer les points correspondants.



- 4) a) L'option la plus avantageuse si on emprunte 35 livres par an est l'option 2 : on paie alors 14,50 €
- b) L'option qui permet d'emprunter le plus de livres si on dispose d'un budget annuel de 12 € est l'option 1 : on peut alors emprunter 24 livres.
- c) On vérifie graphiquement que les prix avec l'option 1 et l'option 2 sont identiques si on emprunte 25 livres par an.
- d) La droite (d_3) est strictement en dessous des droites (d_1) et (d_2) si le nombre de livres empruntés est supérieur strictement à 40. L'option 3 est donc la plus avantageuse à partir de 41 livres empruntés par an.

☉ **Exercice 3 :**

On veut partager en trois morceaux une planche de bois de 4 m de long de sorte que le deuxième morceau mesure 40 cm de plus que le premier et que la longueur du troisième morceau soit le double de celle du deuxième.

Quelle est la longueur de chaque morceau ? Justifier.

Soit x la longueur (en cm) du premier morceau.

La longueur du second morceau est alors $x + 40$, et la longueur du troisième, $2(x + 40)$.

La planche mesurant 4 m, c'est-à-dire 400 cm de long, on résout l'équation :

$$x + (x + 40) + 2(x + 40) = 400$$

$$x + x + 40 + 2x + 80 = 400$$

$$4x + 120 = 400$$

$$4x = 400 - 120$$

$$4x = 280$$

$$x = \frac{280}{4}$$

$$x = 70.$$

L'équation admet une unique solution : c'est 70.

Le premier morceau mesure donc 70 cm, le second, $70 + 40 = 110$ cm, et le troisième, $2 \times 110 = 220$ cm.

On vérifie que $70 + 110 + 220 = 400$.