Activités Numériques

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

☺ Exercice 1 :

Pour chacune des deux questions suivantes, plusieurs propositions de réponse sont faites. Une seule des propositions est exacte.
Aucune justification n'est attendue.

1) Alice participe à un jeu télévisé. Elle a devant elle trois portes fermées. Derrière l'une des portes, il y a une voiture ; derrière les autres, il n'y a rien.
Alice doit choisir l'une de ces portes. Si elle choisit la porte derrière laquelle il y a la voiture, elle gagne cette voiture.
Alice choisit au hasard une porte. Quelle est la probabilité qu'elle gagne la voiture ?

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3}$ d. On ne peut pas savoir

2) S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, comment évolue la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture ?

a. augmente b. diminue c. reste identique d. On ne peut pas savoir

☺ Exercice 2 :

1) Quelle est l'écriture décimale du nombre $\frac{10^5+1}{10^5}$?

2) Antoine utilise sa calculatrice pour calculer le nombre suivant : $\frac{10^{15}+1}{10^{15}}$. Le résultat affiché est 1.

Antoine pense que ce résultat n'est pas exact. A-t-il raison ?

☺ Exercice 3 :

Lors d'un marathon, un coureur utilise sa montre-chronomètre. Après un kilomètre de course, elle lui indique qu'il court depuis quatre minutes et trente secondes.
La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km. Si le coureur garde cette allure tout au long de sa course, mettra-t-il moins de 3h30 pour effectuer le marathon ?

☺ Exercice 4 :

On cherche à résoudre l'équation $(4x-3)^2-9=0$.

1) Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ? et le nombre 0 ?

2) Prouver que, pour tout nombre x : $(4x-3)^2-9=4x(4x-6)$.

3) Déterminer les solutions de l'équation $(4x-3)^2-9=0$.

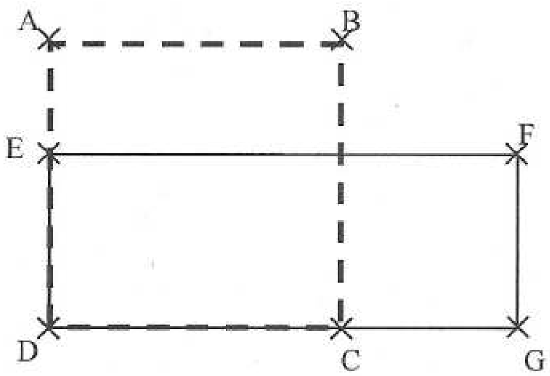
Activités Géométriques

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

☺ **Exercice 1 :**

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré *ABCD* et d'un rectangle *DEFG*.
E est un point du segment $[AD]$.
C est un point du segment $[DG]$.

Dans cette figure, la longueur *AB* peut varier mais on a toujours : $AE = 15$ cm et $CG = 25$ cm.



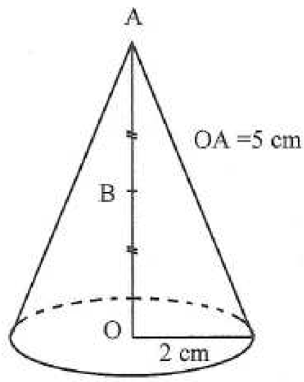
1) Dans cette question, on suppose que : $AB = 40$ cm.
a) Calculer l'aire du carré *ABCD*.
b) Calculer l'aire du rectangle *DEFG*.

2) Peut-on trouver la longueur *AB* de sorte que l'aire du carré *ABCD* soit égale à l'aire du rectangle *DEFG* ?
Si oui, calculer *AB*. Sinon, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

☺ **<u>Exercice 2 :</u>**

On considère un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base a pour rayon 2 cm. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de $[AO]$.



1) Calculer le volume du cône en cm^3. On arrondira à l'unité.

On rappelle que la formule est $\mathscr{V} = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$

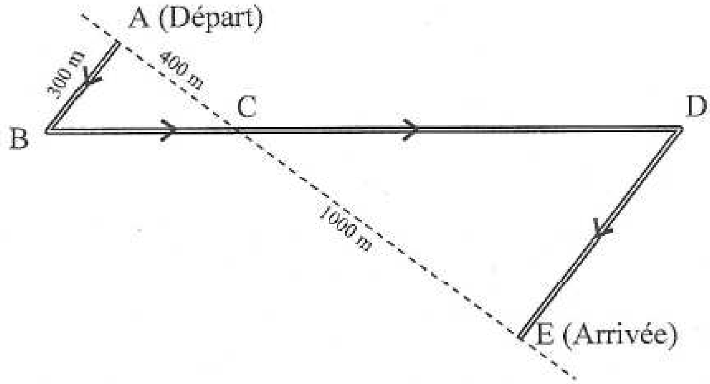
où h désigne la hauteur et R le rayon de la base.

2) On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par B. On obtient ainsi un petit cône. Est-il vrai que le volume du petit cône obtenu est égal à la moitié du volume du cône initial ?

☺ **<u>Exercice 3 :</u>**

Des élèves participent à une course à pied.
Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.



Calculer la longueur réelle du parcours $ABCDE$.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Problème

Les trois parties de ce problème sont indépendantes. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Partie I :

A partir du 2 Janvier 2012, une compagnie aérienne teste un nouveau vol entre Nantes et Toulouse. Ce vol s'effectue chaque jour à bord d'un avion qui peut transporter au maximum 190 passagers.

1) L'avion décolle chaque matin à 9h35 de Nantes et atterrit à 10h30 à Toulouse.
Calculer la durée du vol.

2) Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	**Total**
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	**1 113**

a) Combien de passagers ont emprunté ce vol le mercredi ?
b) En moyenne, combien y avait-il de passagers par jour dans l'avion cette semaine là ?

3) A partir du mois de Février, on décide d'étudier la fréquentation de ce vol pendant douze semaines. La compagnie utilise une feuille de calcul indiquant le nombre de passagers par jour. Cette feuille de calcul est donnée en **ANNEXE**.

a) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule **I2** pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1 ?

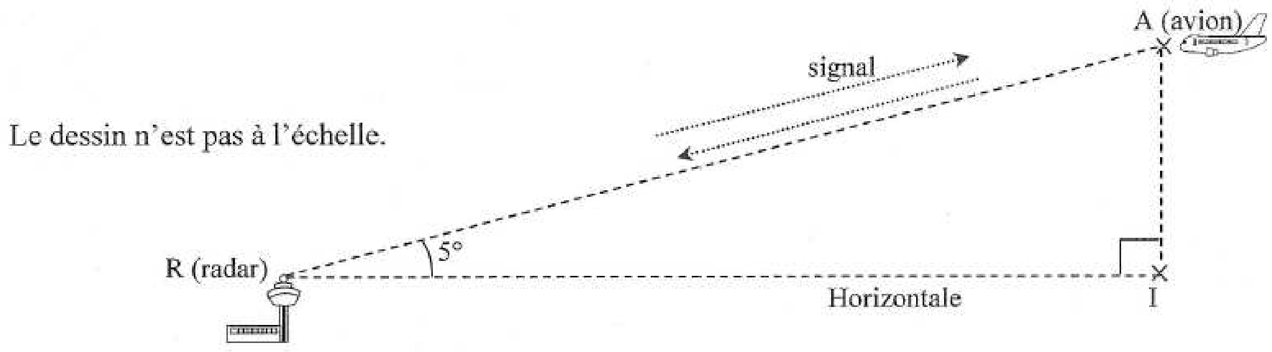
b) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule **J2** pour obtenir le nombre moyen de passagers par jour au cours de la semaine 1 ?

4) Le nombre moyen de passagers par jour au cours des douze semaines est égal à 166. La compagnie s'était fixé comme objectif d'avoir un nombre moyen de passagers supérieur aux 80% de la capacité maximale de l'avion.
L'objectif est-il atteint ?

Partie II :

Quand l'avion n'est plus très loin de l'aéroport de Toulouse, le radar de la tour de contrôle émet un signal bref en direction de l'avion. Le signal atteint l'avion et revient au radar en 0,0003 secondes après son émission.

1) Sachant que le signal est émis à la vitesse de 300 000 kilomètres par seconde, vérifier qu'à cet instant, l'avion se trouve à 45 kilomètres du radar de la tour de contrôle.



2) La direction radar-avion fait un angle de 5° avec l'horizontale.
Calculer alors l'altitude de l'avion à cet instant. On arrondira à la centaine de mètres près.
On négligera la hauteur de la tour de contrôle.

Partie III :

En phase d'atterrissage, à partir du moment où les roues touchent le sol, l'avion utilise ses freins jusqu'à l'arrêt complet. Le graphique en **ANNEXE** représente la distance parcourue par l'avion sur la piste (en mètres) en fonction du temps (en secondes) à partir du moment où les roues touchent le sol.
En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Quelle distance l'avion aura-t-il parcourue 10 s après avoir touché le sol ?

2) Expliquer pourquoi au bout de 22 s et au bout de 26 s la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même.

3) A partir du moment où les roues touchent le sol, combien de temps met l'avion pour s'arrêter ?

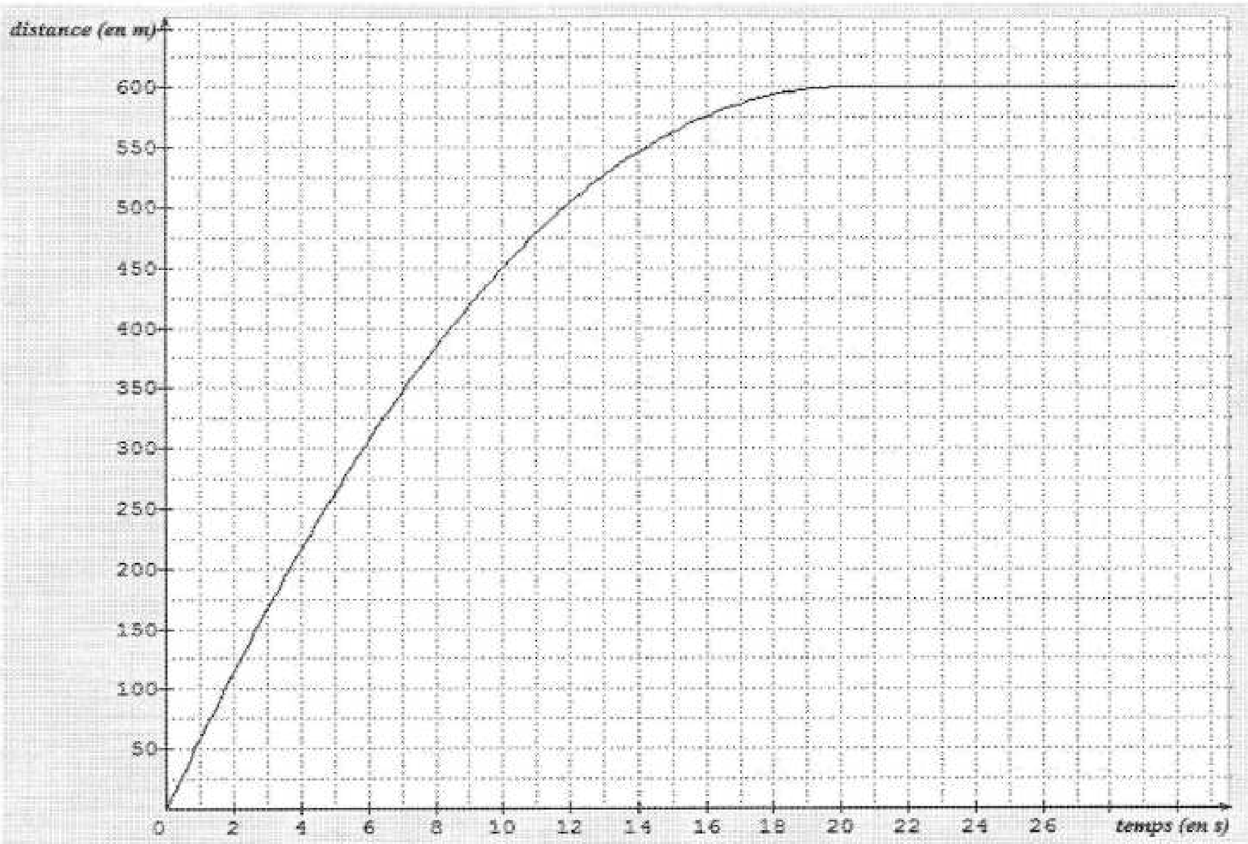
ANNEXE

Problème Partie I

J14 | =MOYENNE (J2 : J13)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche	TOTAL	MOYENNE
2	Semaine 1	157	145	142	159	190	156	161	1110	159
3	Semaine 2	147	158	156	141	141	152	155	1050	150
4	Semaine 3	153	148	162	149	160	146	163	1081	154
5	Semaine 4	168	156	162	157	166	158	161	1128	161
6	Semaine 5	163	169	170	162	167	169	162	1162	166
7	Semaine 6	156	167	171	173	165	165	162	1159	166
8	Semaine 7	173	172	168	173	161	162	167	1176	168
9	Semaine 8	168	166	170	173	168	176	165	1186	169
10	Semaine 9	176	175	175	171	172	178	173	1220	174
11	Semaine 10	185	176	172	180	185	171	171	1240	177
12	Semaine 11	178	181	183	172	178	172	173	1237	177
13	Semaine 12	171	183	171	184	172	176	173	1230	176
14								moyenne sur trois mois :		166

Problème Partie III



Activités numériques.

☺ Exercice 1 :

1) La probabilité qu'elle gagne la voiture est : $\frac{1}{3}$ (réponse b).

2) S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture diminue (réponse b).

☺ Exercice 2 :

1) $\frac{10^5+1}{10^5}=\frac{10^5}{10^5}+\frac{1}{10^5}=1+10^{-5}=1+0{,}00001=\underline{1{,}00001}$.

L'écriture décimale du nombre $\frac{10^5+1}{10^5}$ est 1,00001.

2) $10^5+1\neq 10^5$, donc $\underline{\frac{10^5+1}{10^5}\neq 1}$.

Donc Antoine a raison.

☺ Exercice 3 :

4 min 30 s $=4{,}5$ min.

$4{,}5\times 42{,}195=\underline{189{,}8775}$.

Le coureur effectuera le marathon en 189,8775 minutes.

3 h 30 min $=210$ min.

$189{,}8755<210$.

Le coureur mettra donc moins de 3h30 pour effectuer le marathon.

☺ Exercice 4 :

1) Pour $\frac{3}{4}$:

Si $x=\frac{3}{4}$, alors : $\underline{(4x-3)^2-9}=\left(4\times\frac{3}{4}-3\right)^2-9=(3-3)^2-9=0-9=\underline{-9\neq 0}$.

Donc le nombre $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation $(4x-3)^2-9=0$.

Pour 0 :

Si $x=0$, alors : $\underline{(4x-3)^2-9}=(4\times 0-3)^2-9=(0-3)^2-9=9-9=\underline{0}$.

Donc le nombre 0 est solution de l'équation $(4x-3)^2-9=0$.

2) Pour tout nombre relatif x : $\underline{(4x-3)^2-9}=\left(4x-\cancel{3}+\cancel{3}\right)(4x-3-3)=\underline{4x(4x-6)}$.

3) Résolution de l'équation $(4x-3)^2-9=0$:

D'après la question 2, l'équation $(4x-3)^2-9=0$ équivaut à $4x(4x-6)=0$.
Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$4x=0$ ou $4x-6=0$

$\boxed{x=0}$.

$4x=6$

$x=\frac{6}{4}$

$\boxed{x=\frac{3}{2}}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $\frac{3}{2}$.

Activités géométriques.

☺ Exercice 1 :

1) On suppose que $AB=40$ cm.

a) Aire du carré $ABCD$:

$\mathscr{A}_{ABCD}=AB^2$

$\mathscr{A}_{ABCD}=40^2$

$\boxed{\mathscr{A}_{ABCD}=1600\text{ cm}^2}$.

b) Aire du rectangle $DEFG$:

$\mathscr{A}_{DEFG}=DE\times DG$ avec $DE=AD-AE=40-15=25\text{ cm}$ et $DG=DC+CG=40+25=65\text{ cm}$

$\mathscr{A}_{DEFG}=25\times 65$

$\boxed{\mathscr{A}_{DEFG}=1625\text{ cm}^2}$.

2) Posons $AB=x$ (en cm).
L'aire du carré $ABCD$ est alors : $\mathscr{A}_{ABCD}=x^2$.

$DE=AD-AE=x-15$ et $DG=DC+CG=x+25$.

L'aire du rectangle $DEFG$ est alors : $\mathscr{A}_{DEFG}=(x-15)(x+25)=x^2+25x-15x-375=x^2+10x-375$.

On résout l'équation :

$x^2+10x-375=x^2$

$\cancel{x^2}+10x-375-\cancel{x^2}=0$

$10x=375$

$x=\frac{375}{10}$

$\boxed{x=37{,}5}$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est 37,5.

Le carré $ABCD$ a la même aire que le rectangle $DEFG$ si $AB=37{,}5\text{ cm}$.

☺ Exercice 2 :

1) Volume du cône initial :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi R^2 h}{3} \quad \text{avec } R = 2\,\text{cm et } h = 5\,\text{cm}$$

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times 2^2 \times 5}{3}$$

$$\boxed{\mathcal{V} = \frac{20\pi}{3}\,\text{cm}^3} \qquad \text{(valeur exacte)}$$

$$\boxed{\mathcal{V} \approx 21\,\text{cm}^3.} \qquad \text{(valeur arrondie au cm}^3\text{).}$$

2) Volume du petit cône :

On réalise la section du cône par le plan parallèle a sa base qui passe par *B*. Le petit cône obtenu est une réduction du cône initial de rapport $k = \frac{AB}{AO} = \frac{1}{2}$.

Or, dans une réduction de rapport *k*, les volumes sont multipliés par k^3 .

Ici : $k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Le volume du petit cône n'est donc pas égal à la moitié du volume du cône initial, mais au huitième.

☺ Exercice 3 :

Longueur du parcours *ABCDE* :

Dans le triangle *ABC* rectangle en *A*, on applique le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$

$$BC^2 = 90\,000 + 160\,000$$

$$BC^2 = 250\,000 .$$

D'où : $BC = \sqrt{250\,000}$

$$\boxed{BC = 500\,\text{m.}}$$

Puis, les droites (AE) et (BD) sont sécantes en *C* et les droites (AB) et (DE) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$, soit $\frac{400}{1000} = \frac{500}{CD} = \frac{300}{ED}$, soit $\frac{2}{5} = \frac{500}{CD} = \frac{300}{ED}$.

$\frac{500}{CD} = \frac{2}{5}$

donc $2 \times CD = 5 \times 500$

donc $CD = \frac{5 \times 500}{2}$

$\boxed{CD = 1250\,\text{m.}}$

$\frac{300}{ED} = \frac{2}{5}$

donc $2 \times ED = 5 \times 300$

donc $ED = \frac{5 \times 300}{2}$

$\boxed{ED = 750\,\text{m.}}$

Enfin : $\mathscr{L} = AB + BC + CD + DE$

$\mathscr{L} = 300 + 500 + 1250 + 750$

$\boxed{\mathscr{L} = 2800\,\text{m.}}$

Les élèves doivent donc parcourir 2 800 m.

Problème.

Partie I :

1) Durée du vol :

$10\text{h}30 - 9\text{h}35 = 55\text{min}$.

Le vol dure 55 minutes.

2) a) $1113 - (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 1113 - 968 = 145$.

145 passagers ont emprunté ce vol le mercredi.

b) $1113 \div 7 = 159$.

Il y avait en moyenne 159 passagers par jour cette semaine-là.

3) a) Pour obtenir le nombre total de passagers au cours de la semaine 1, on a saisi dans la cellule I2 la formule : =SOMME(B2 : H2).

b) Pour obtenir le nombre moyen de passagers au cours de la semaine 1, on a saisi dans la cellule J2 la formule : =MOYENNE(B2 : H2).

4) $\dfrac{166}{190} \approx 0,874$, donc $\dfrac{166}{190} \approx 87,4\%$.

$87,4 > 80$, donc la compagnie a donc atteint son objectif.

Partie II :

1) Le signal émis par la tour de contrôle parcourt la distance $d = 2 \times AR$ en $t = 0,0003\,\text{s}$ à la vitesse $v = 300\,000\,\text{km/s}$.

On a $v = \dfrac{d}{t}$, donc : $d = v \times t$

donc $2 \times AR = 300\,000 \times 0,0003$

donc $AR = \dfrac{90}{2}$

$\boxed{AR = 45\,\text{km.}}$

L'avion se trouve donc à 45 km de la tour de contrôle.

2) Altitude de l’avion :

Dans le triangle ARI rectangle en I, on a :

$$\sin\left(\widehat{ARI}\right) = \frac{AI}{AR}$$

$$\sin(5) = \frac{AI}{45}$$

donc $AI = 45 \times \sin(5)$

$\boxed{AI \approx 3{,}9 \text{ km.}}$ (valeur arrondie à la centaine de mètres près)

L’avion se trouve à une altitude d’environ 3,9 km.

Partie III :

1) D’après le graphique, 10 s après avoir touché le sol, l’avion aura parcouru environ 450 m.

2) La distance parcourue depuis le début de l’atterrissage est la même 22 s et 26 s après avoir touché le sol puisque l’avion est à l’ arrêt.

3) D’après le graphique, l’avion met environ 20 s pour s’arrêter à partir du moment où ses roues touchent le sol.