☺ Exercice p 241, n° 49 :

x désigne la mesure en degré d'un angle aigu.
On donne $\cos x = 0,6$.
1) Sans déterminer la valeur de x, calculer $\sin x$.
2) En déduire la valeur de $\tan x$.

Correction :

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$
$$0,6^2 + (\sin x)^2 = 1$$
$$0,36 + (\sin x)^2 = 1$$
$$(\sin x)^2 = 1 - 0,36$$
$$(\sin x)^2 = 0,64.$$

$0,64 > 0$, donc $\sin x = \sqrt{0,64} = 0,8$ ou $\sin x = -0,8$.
Or, $\sin x > 0$.
D'où : $\boxed{\sin x = 0,8}$.

Puis :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\tan x = \frac{0,8}{0,6}$$
$$\tan x = \frac{8}{6}$$
$$\boxed{\tan x = \frac{4}{3}}.$$

☺ Exercice p 241, n° 50 :

x désigne la mesure en degré d'un angle aigu.
On donne $\sin x = \frac{12}{13}$.
1) Sans déterminer la valeur de x, calculer $\cos x$.
2) En déduire la valeur de $\tan x$.

Correction :

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$
$$(\cos x)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$
$$(\cos x)^2 + \frac{144}{169} = 1$$
$$(\cos x)^2 = 1 - \frac{144}{169}$$
$$(\cos x)^2 = \frac{25}{169}.$$

$\frac{25}{169} > 0$, donc $\cos x = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$ ou $\cos x = -\frac{5}{13}$.

Or, $\cos x > 0$.

D'où : $\boxed{\cos x = \frac{5}{13}}$.

Puis :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{\left(\frac{12}{13}\right)}{\left(\frac{5}{13}\right)}$$

$$\tan x = \frac{12 \times \cancel{13}}{\cancel{13} \times 5}$$

$$\boxed{\tan x = \frac{12}{5}}.$$

☺ **Exercice p 64, n° 93 :** **(Amérique du Nord 2007)**

Un confiseur reçoit une commande de caramels d'un montant de 120,40 €. Pour fidéliser son client, il décide d'accorder une remise de 20 %.

1) Calculer le montant de la facture après la remise.

2) Quelques jours plus tard, le confiseur répartit 301 caramels et 172 chocolats dans des sachets de contenance identique.

a) Calculer le nombre maximal de sachets réalisables.

b) Calculer le nombre de caramels et le nombre de chocolats contenus dans chaque sachet.

Correction :

1) Montant de la facture :

$$F = 120,4 - 120,4 \times \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}}$$

$$F = 120,4 - 24,08$$

$$\boxed{F = 96,32}.$$

Après la remise, la facture s'élève à 96,32 €.

2) a) Nombre de sachets :

Puisque le confiseur utilise les 301 caramels et les 172 chocolats et que les sachets sont de contenance identique, le nombre de sachets cherché doit diviser 301 et 172 : c'est donc un diviseur commun à 301 et 172.
Le nombre maximal de sachets qu'il peut ainsi réaliser est donc le plus grand diviseur commun à 301 et 172.
Déterminons-le en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
301	172	1	129
172	129	1	43
129	43	3	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.
Donc : $\boxed{\text{PGCD}(301;172)=43.}$

Le confiseur pourra donc réaliser au maximum 43 sachets identiques.

b) Composition de chaque sachet :

$301 \div 43 = \underline{7}$ et $172 \div 43 = \underline{4}$.
Chaque sachet sera composé de 7 caramels et 4 chocolats.

☺ **Exercice p 64, n° 93 :** **(Amérique du Nord 2007)**

Un confiseur reçoit une commande de caramels d'un montant de 120,40 €. Pour fidéliser son client, il décide d'accorder une remise de 20 %.
1) Calculer le montant de la facture après la remise.
2) Quelques jours plus tard, le confiseur répartit 301 caramels et 172 chocolats dans des sachets de contenance identique.
a) Calculer le nombre maximal de sachets réalisables.
b) Calculer le nombre de caramels et le nombre de chocolats contenus dans chaque sachet.

Correction :

1) Montant de la facture :

$$F = 120,4 - 120,4 \times \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}}$$
$$F = 120,4 - 24,08$$
$$\boxed{F = 96,32.}$$

Après la remise, la facture s'élève à 96,32 €.

2) a) Nombre de sachets :

Puisque le confiseur utilise les 301 caramels et les 172 chocolats et que les sachets sont de contenance identique, le nombre de sachets cherché doit diviser 301 et 172 : c'est donc un diviseur commun à 301 et 172.
Le nombre maximal de sachets qu'il peut ainsi réaliser est donc le plus grand diviseur commun à 301 et 172.
Déterminons-le en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
301	172	1	129
172	129	1	43
129	43	3	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.
Donc : $\boxed{\text{PGCD}(301;172)=43.}$

Le confiseur pourra donc réaliser au maximum 43 sachets identiques.

b) Composition de chaque sachet :

$301 \div 43 = 7$ et $172 \div 43 = 4$.
Chaque sachet sera composé de 7 caramels et 4 chocolats.

☺ **Exercice p 64, n° 95 :** **(Polynésie 2004)**

On considère l'expression $A = \frac{9\,009}{10\,395} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$.

1) a) Déterminer le PGCD de 9 009 et 10 395.

b) Expliquer comment rendre irréductible la fraction $\frac{9\,009}{10\,395}$.

c) Rendre irréductible la fraction $\frac{9\,009}{10\,395}$.

2) Calculer A en donnant le détail des calculs : on donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

Correction :

1) a) PGCD de 9 009 et 10 395 :

Déterminons le PGCD de 9 009 et 10 395 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
10 395	9 009	1	1 386
9 009	1 386	6	693
1 386	693	2	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.
Donc : $\boxed{\text{PGCD}(9\,009 ; 10\,395) = 693}$.

b) Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.
Pour rendre irréductible la fraction $\frac{9\,009}{10\,395}$, il suffit donc de la simplifier par le PGCD de 9 009 et 10 395, soit 693.

c) $\frac{9\,009}{10\,395} = \frac{\cancel{693} \times 13}{\cancel{693} \times 15} = \frac{13}{15}$, et $\frac{13}{15}$ est irréductible.

2) Calcul de A :

$A = \frac{9\,009}{10\,395} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$

$A = \frac{13}{15} - \frac{\cancel{2} \times 3}{5 \times \cancel{2}}$

$A = \frac{13}{15} - \frac{9}{15}$

$\boxed{A = \frac{4}{15}}$.

☺ **Exercice p 64, n° 96 :** **(Besançon 2000)**

1) Les nombres 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

2) La fraction $\frac{756}{441}$ est-elle irréductible ? Sinon, l'écrire sous forme irréductible en justifiant.

3) Calculer la somme $D=\frac{756}{441}+\frac{19}{21}$.

Correction :

1) $7+5+6=18$ et $4+4+1=9$: 9 et 18 sont deux multiples de 9, donc les nombres 756 et 441 sont divisibles par 9 : ils ne sont donc pas premiers entre eux.

2) Les nombres 756 et 441 ne sont donc pas premiers entre eux, donc la fraction $\frac{756}{441}$ n'est pas irréductible.

Déterminons le PGCD de 756 et 441 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
756	441	1	315
441	315	1	126
315	126	2	63
126	63	2	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.

Donc : $\boxed{\text{PGCD}(756;441)=63.}$

Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Donc : $\frac{756}{441}=\frac{\cancel{63}\times 12}{\cancel{63}\times 7}=\frac{12}{7}$, et $\frac{12}{7}$ est irréductible.

3) Calcul de D :

$$D=\frac{756}{441}+\frac{19}{21}$$

$$D=\frac{12}{7}+\frac{19}{21}$$

$$D=\frac{36}{21}+\frac{19}{21}$$

$$\boxed{D=\frac{55}{21}.}$$

☺ **Exercice p 64, n° 97 :** **(Amérique du Sud 2005)**

1) a) Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par *oui* ou *non* :

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

b) D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ? Pourquoi ?

2) Calculer le PGCD de 322 et 1 035 par la méthode de votre choix. La fraction $\frac{322}{1035}$ est-elle irréductible ?

Correction :

1) a) Tableau :

	2	5	9
1 035 est divisible par	non	oui	oui
774 est divisible par	oui	non	oui
322 est divisible par	oui	non	non

2) Les nombres 774 et 1 035 sont divisibles par 9, donc ne sont pas premiers entre eux : la fraction $\frac{774}{1035}$ n'est donc pas irréductible.

Les nombres 322 et 774 sont divisibles par 2, donc ne sont pas premiers entre eux : la fraction $\frac{322}{774}$ n'est donc pas irréductible.

2) Déterminons le PGCD de 322 et 1 035 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
1 035	322	3	69
322	69	4	46
69	46	1	23
46	23	2	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.

Donc : $\boxed{\mathrm{PGCD}(322;1035)=23}$.

$\mathrm{PGCD}(322;1035)\neq 1$, donc les nombres 322 et 1 035 ne sont pas premiers entre eux : la fraction $\frac{322}{1035}$ n'est donc pas irréductible.

☺ **Exercice p 64, n° 98 :** **(Centres étrangers 2007)**

1) Déterminer le PGCD des nombres 408 et 578.

2) Ecrire $\frac{408}{578}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

Correction :

1) Déterminons le PGCD de 408 et 578 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
578	408	1	170
408	170	2	68
170	68	2	34
68	34	2	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.

Donc : $\boxed{\text{PGCD}(408;578)=34.}$

2) Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Donc : $\frac{408}{578}=\frac{\cancel{34}\times 12}{\cancel{34}\times 17}=\frac{12}{17}$, et $\frac{12}{17}$ est irréductible.

☺ **Exercice p 64, n° 99 :** **(Groupe Nord 2006)**

1) Calculer le PGCD de 1 911 et 2 499 en précisant la méthode utilisée.

2) Ecrire sous forme irréductible la fraction $\frac{2\,499}{1911}$. On indiquera le détail des calculs.

Correction :

1) Déterminons le PGCD de 1 911 et 2 499 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
2 499	1 911	1	588
1 911	588	3	147
588	147	4	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.

Donc : $\boxed{\text{PGCD}(1911;2\,499)=147.}$

2) Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Donc : $\frac{1911}{2\,499}=\frac{\cancel{147}\times 13}{\cancel{147}\times 17}=\frac{13}{17}$, et $\frac{13}{17}$ est irréductible.

☺ **Exercice p 64, n° 100 :** **(Centres étrangers 2005)**

1) Les nombres 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi.
2) Déterminer le PGCD de 288 et 224.
3) Ecrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible.
4) Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits. Il dispose de 224 photos de paysage et de 228 portraits.
a) Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos ?
b) Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits ?

Correction :

1) Les nombres 288 et 224 sont divisibles par 2 : ils ne sont donc pas premiers entre eux.

2) PGCD de 288 et 224 :

Déterminons le PGCD de 288 et 224 en appliquant l'algorithme d'Euclide :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
288	224	1	64
224	64	3	32
64	32	2	0

Le PGCD est le diviseur de la division dont le reste est nul.
Donc : $\boxed{\text{PGCD}(288;224) = 32}$.

3) Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.
Donc : $\frac{224}{288} = \frac{\cancel{32} \times 7}{\cancel{32} \times 9} = \frac{7}{9}$, et $\frac{7}{9}$ est irréductible.

4) a) Nombre de panneaux :

Puisque le photographe doit utiliser ses 224 photos de paysage et ses 288 portraits que les panneaux doivent contenir le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits, le nombre de panneaux cherché doit diviser 224 et 288 : c'est donc un diviseur commun à 224 et 288.
Le nombre maximal de panneaux que le photographe peut ainsi réaliser est donc le plus grand diviseur commun à 224 et 288.
D'après la question 2, le photographe pourra ainsi réaliser au maximum 32 panneaux.

b) Composition de chaque panneau :

$224 \div 32 = 7$ et $288 \div 32 = 9$.
Chaque panneau sera constitué de 7 photos de paysage et 9 portraits.

☺ **Exercice p 204, n° 1 :**

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre inscrit sur sa face supérieure.
Citer les issues de cette expérience.

Correction :

Cette expérience admet 6 issues : « le nombre inscrit est 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 ».

☺ **Exercice p 204, n° 2 :**

On lance un dé à six faces et on regarde la parité du nombre inscrit sur sa face supérieure.
Citer les issues de cette expérience.

Correction :

Cette expérience admet 2 issues : « le nombre inscrit est pair », « le nombre inscrit est impair ».

☺ **Exercice p 204, n° 3 :**

On écrit sur les faces d'un dé à huit faces chacune des lettres du mot CHOCOLAT.
On lance ce dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.
Citer les issues de cette expérience.

Correction :

Cette expérience admet 6 issues : « la lettre inscrite est C », « H », « O », « L », « A », « T ».

☺ **Exercice p 204, n° 4 :**

On lance deux dés à six faces et on calcule la somme des nombres inscrits sur leur face supérieure.
Citer les issues de cette expérience.

Correction :

Cette expérience admet 11 issues : « la somme des nombres inscrits est 2 », « 3 », « 4 », ……, « 11 », « 12 ».

☺ **Exercice p 204, n° 5 :**

On écrit sur les faces d'un dé à six faces chacune des lettres du mot ORANGE. On lance ce dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.
1) Citer les issues de cette expérience.
2) Donner un exemple d'événement élémentaire.
3) Donner un exemple d'événement non élémentaire.

Correction :

1) Cette expérience admet 6 issues : « la lettre inscrite est O », « R », « A », « N », « G », « E ».

2) L'événement « la lettre inscrite est O » est un événement élémentaire puisqu'il est réalisé par une seule issue : « O ».

3) L'événement « la lettre inscrite est une voyelle » est un événement non élémentaire puisqu'il est réalisé par 3 issues : « O », « A », « E ».

☺ **Exercice p 206, n° 24 :**

On écrit sur les faces d'un dé à six faces chacune des lettres du mot OISEAU. On lance ce dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.
1) Citer les issues de cette expérience.
2) Donner un exemple d'événement élémentaire.
3) Donner un exemple d'événement non élémentaire.

Correction :

1) Cette expérience admet 6 issues : « la lettre inscrite est O », « I », « S », « E », « A », « U ».

2) L'événement « la lettre inscrite est une consonne » est un événement élémentaire puisqu'il est réalisé par une seule issue : « la lettre inscrite est S ».

3) L'événement « la lettre inscrite est une voyelle » est un événement non élémentaire puisqu'il est réalisé par 4 issues : « la lettre inscrite est O », « I », « E », « A », « U ».

☺ **Exercice p 206, n° 25 :**

On considère une urne contenant des boules numérotées de 1 à 9. Ces boules sont indiscernables au toucher.
On tire une boule au hasard de l'urne.
On regarde le nombre inscrit sur la boule.
1) Citer les issues de cette expérience.
2) Donner un exemple d'événement :
a) élémentaire ; **b)** non élémentaire ;
c) certain ; **d)** impossible.

Correction :

1) Cette expérience admet 9 issues : « le nombre inscrit est 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 », « 7 », « 8 », « 9 ».

2) a) L'événement « le nombre inscrit est divisible par 5 » est un événement élémentaire puisqu'il est réalisé par une seule issue : « le nombre inscrit est 5 ».

b) L'événement « le nombre inscrit est pair » est un événement non élémentaire puisqu'il est réalisé par 4 issues : « le nombre inscrit est 2 », « 4 », « 6 », « 8 ».

c) L'événement « le nombre inscrit est un nombre entier » est un événement certain.

d) L'événement « le nombre inscrit est 0 » est un événement impossible.

☺ **Exercice p 206, n° 26 :**

On prend un dictionnaire, on l'ouvre à une page au hasard et on note l'initiale du premier mot de cette page.
1) Combien d'issues donne cette expérience ?
2) Donner un exemple d'événement :
a) élémentaire ; **b)** non élémentaire.

Correction :

1) Cette expérience admet 26 issues, les 26 lettres de l’alphabet : « l’initiale du premier mot est A », « B », « C », ……, « Y », « Z ».

2) a) L’événement « l’initiale du premier mot est A » est un événement élémentaire puisqu’il est réalisé par une seule issue : « l’initiale du premier mot est A ».

b) L’événement « l’initiale du premier mot est une voyelle » est un événement non élémentaire puisqu’il est réalisé par 6 issues : « l’initiale du premier mot est A », « E », « I », « O », « U », « Y ».

☺ **Exercice p 206, n° 27 :**

Une calculatrice affiche pour valeur approchée de π : 3,141592654

On choisit au hasard l’un des chiffres affichés.

1) Citer les issues de cette expérience.

2) Donner un exemple d’événement :

a) élémentaire ; **b)** non élémentaire ;

c) certain ; **d)** impossible.

Correction :

1) Cette expérience admet 7 issues : « le chiffre choisi est 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 », « 6 », « 9 ».

2) a) L’événement « le chiffre choisi est divisible par 5 » est un événement élémentaire puisqu’il est réalisé par une seule issue : « le chiffre choisi est 5 ».

b) L’événement « le chiffre choisi est pair » est un événement non élémentaire puisqu’il est réalisé par 3 issues : « le chiffre choisi est 2 », « 4 », « 6 ».

c) L’événement « le chiffre choisi est un nombre entier » est un événement certain.

b) L’événement « le chiffre choisi est 7 » est un événement impossible.