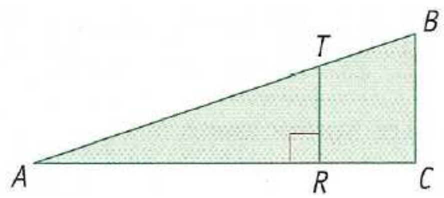
☺ **Exercice p 226, n° 61 :**

1) Reproduire la figure ci-dessous avec :

- $R \in [AC]$, $T \in [AB]$;
- $AC = 12\,\text{cm}$, $AB = 13\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$ et $AR = 9\,\text{cm}$.



2) Démontrer que le triangle *ABC* est rectangle.
3) En déduire les longueurs *AT* et *TR*. Justifier chaque réponse.

Correction :

1) Figure : RAS.

2) Nature du triangle *ABC* :

$[AB]$ est le plus grand côté du triangle *ABC*.

On a : $AB^2 = 13^2 = 169$.
Par ailleurs : $CA^2 + CB^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$.
On constate que $AB^2 = CA^2 + CB^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en *C*.

3) Longueurs *AT* et *TR* :

D'après la question 2, les droites (BC) et (TR) sont perpendiculaires à la droite (AC).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (BC) et (TR) sont parallèles.
Dès lors :
Les droites (BT) et (CR) sont sécantes en *A*, et les droites (BC) et (TR) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AT}{AB} = \frac{AR}{AC} = \frac{TR}{BC}$, soit $\frac{AT}{13} = \frac{9}{12} = \frac{TR}{5}$.

Pour *AT* :

$\frac{AT}{13} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, donc $4 \times GL = 3 \times 13$

donc $AT = \frac{3 \times 13}{4}$

$\boxed{AT = 9{,}75\,\text{cm.}}$

Le segment $[AT]$ mesure donc 9,75 cm.

Pour *TR* :

$\frac{TR}{5} = \frac{3}{4}$, donc $4 \times TR = 3 \times 5$

donc $TR = \frac{3 \times 5}{4}$

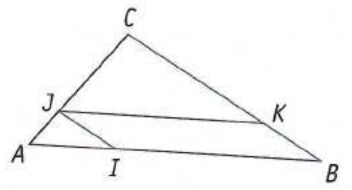
$\boxed{TR = 3{,}75\,\text{cm.}}$

Le segment $[TR]$ mesure donc 3,75 cm.

☺ **Exercice p 223, n° 40 :**

Sur la figure ci-dessous :

- $I \in [AB]$ et $AI = \frac{2}{7}AB$;
- $J \in [AC]$ et $(IJ) // (BC)$;
- $K \in [BC]$ et $(JK) // (AB)$.



1) Démontrer que $AJ = \frac{2}{7}AC$.

2) Démontrer que $CK = \frac{5}{7}CB$.

Correction :

1) Les droites (CJ) et (BI) sont sécantes en A, et les droites (IJ) et (BC) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$.

Or, $AI = \frac{2}{7}AB$, donc $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{7}$.

D'où : $\frac{AJ}{AC} = \frac{2}{7}$, soit $\boxed{AJ = \frac{2}{7}AC.}$

2) Les droites (AJ) et (BK) sont sécantes en C, et les droites (JK) et (AB) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CJ}{CA} = \frac{CK}{CB} = \frac{JK}{AB}$.

Or, d'après la question 1, $AJ = \frac{2}{7}AC$, donc $CJ = \frac{5}{7}AC$, soit $\frac{CJ}{CA} = \frac{5}{7}$.

D'où : $\frac{CK}{CB} = \frac{5}{7}$, soit $\boxed{CK = \frac{5}{7}CB.}$