FONCTIONS AFFINES ET LINEAIRES.

I) Point de vue algébrique :

1) Fonction constante :

a) Définition :

On dit qu'une fonction f est constante s'il existe un nombre relatif k tel que, pour tout nombre relatif x : $f(x)=k$.

Si f est constante, alors $k=f(0)$: k est l'image de 0 par la fonction f, il est donc unique.

b) Exemples :

$f : x \mapsto 2$ et $g : x \mapsto -5$ sont deux fonctions constantes.

2) Fonction linéaire :

a) Définition :

On dit qu'une fonction f est linéaire s'il existe un nombre relatif a tel que, pour tout nombre relatif x : $f(x)=ax$.

Si f est linéaire, alors $f(1)=a\times1$, donc $a=f(1)$: a est l'image de 1 par la fonction f.
Si f est linéaire, le nombre a est donc unique : il est appelé le coefficient de linéarité de f.

La fonction $f : x \mapsto ax$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité a : elle modélise le programme de calcul : « choisir un nombre et le multiplier par a ».

b) Exemples :

$f : x \mapsto 3x$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité 3.
$g : x \mapsto -2x$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité -2.
$h : x \mapsto \frac{x}{7}$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité $\frac{1}{7}$.

3) Fonction affine :

a) Définition :

On dit qu'une fonction f est affine s'il existe deux nombres relatifs a et b tel que, pour tout nombre relatif x : $f(x)=ax+b$.

Si f est affine, alors : $f(0)=a\times0+b$, donc $b=f(0)$: b est l'image de 0 par la fonction f.
et $f(1)=a\times1+b$, donc $a=f(1)-b$, donc $a=f(1)-f(0)$: a est la différence des images de 1 et 0 par la fonction f.
Si f est affine, le couple $(a;b)$ est unique : a est appelé le coefficient de linéarité de f, et b est appelé l'ordonnée à l'origine de f.

La fonction $f : x \mapsto ax+b$ est la fonction affine de coefficient de linéarité a et d'ordonnée à l'origine b : elle modélise le programme de calcul : « choisir un nombre, le multiplier par a, puis ajouter b ».

b) Exemples :

$f : x \mapsto 2x+5$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité 2 et d'ordonnée à l'origine 5.

$g : x \mapsto -3x+\frac{5}{6}$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité -3 et d'ordonnée à l'origine $\frac{5}{6}$.

$h : x \mapsto \frac{x}{3}-4$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité $\frac{1}{3}$ et d'ordonnée à l'origine -4.

4) Remarques :

***** Toute fonction constante est une fonction affine.

En effet :

Soit *f* une fonction constante.
Alors, il existe un nombre relatif *k* tel que $f : x \mapsto k$, donc $f : x \mapsto 0\times x+k$.

Les fonctions constantes sont les fonctions affines de coefficient de linéarité nul.

****** Toute fonction linéaire est une fonction affine.

En effet :

Soit *f* la fonction de coefficient de linéarité *a*.
Alors : $f : x \mapsto ax$, donc $f : x \mapsto ax+0$.

Les fonctions linéaires sont les fonctions affines d'ordonnée à l'origine nulle.