☺ **Exercice p 94, n° 17 :**

Maréva et Anne affichent toutes les deux un même nombre sur leur calculatrice.

Elles obtiennent le même résultat.
Quel était le nombre affiché au départ par les deux jeunes filles ?

Correction :

Soit n le nombre affiché au départ.
On résout l'équation :

$$2n+7=3n+4$$
$$7-4=3n-2n$$
$$\boxed{n=3.}$$

L'équation admet une unique solution : c'est 3.

Conclusion :

Maréva et Anne avaient affiché le nombre 3 sur leur calculatrice.

Vérification : $2\times3+7=13$ et $3\times3+4=13$.

☺ **Exercice p 94, n° 13 :**

Ivan achète 5 paires de chaussettes de sport identiques et 3 shorts identiques. Il paie ses achats 34,60 €.
Sachant qu'une paire de chaussettes coûte 3 € de moins qu'un short, calculer le prix d'un short.

Correction :

Soit x le prix d'un short (en €).
On résout l'équation :

$$3x+5(x-3)=34,6$$
$$3x+5x-15=34,6$$
$$8x-15=34,6$$
$$8x=34,6+15$$
$$8x=49,6$$
$$x=\frac{49,6}{8}$$
$$\boxed{x=6,2.}$$

L'équation admet une unique solution : c'est 6,2.

Conclusion :

Un short coûte donc 6,20 € (et une paire de chaussettes $6,20-3=3,20$ €).

Vérification : $3\times6,2+5\times3,2=18,6+16=34,6$.

☺ **Exercice p 100, n° 88 :**

On sait que $y\neq-2$.

Résoudre l'équation $\dfrac{5y}{y+2}=\dfrac{3}{4}$.

Correction :

$$\frac{5y}{y+2}=\frac{3}{4}$$
$$20y=3(y+2)$$
$$20y=3y+6$$
$$20y-3y=6$$
$$17y=6$$
$$\boxed{y=\frac{6}{17}.}$$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\dfrac{6}{17}$.

☺ **Exercice p 100, n° 87 :**

Si on ajoute un même nombre au numérateur et au dénominateur de $\dfrac{3}{4}$, on obtient le triple de $\dfrac{3}{4}$.

Quel est ce nombre ?

Correction :

Soit x le nombre cherché.

On résout l'équation :

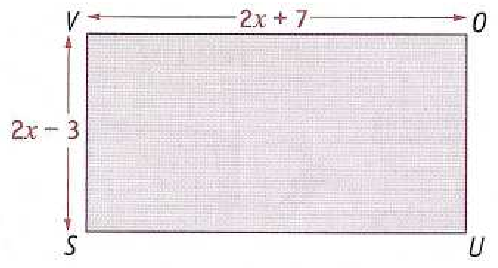
$$\frac{3+x}{4+x}=3\times\frac{3}{4}$$
$$\frac{3+x}{4+x}=\frac{9}{4}$$
$$4(3+x)=9(4+x)$$
$$12+4x=36+9x$$
$$4x-9x=36-12$$
$$-5x=24$$
$$\boxed{x=-\frac{24}{5}.}$$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $-\dfrac{24}{5}$.

Vérification : $\dfrac{3-\frac{24}{5}}{4-\frac{24}{5}}=\dfrac{\frac{15}{5}-\frac{24}{5}}{\frac{20}{5}-\frac{24}{5}}=\dfrac{\left(-\frac{9}{5}\right)}{\left(-\frac{4}{5}\right)}=\dfrac{9\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times4}=\dfrac{9}{4}$.

☺ **Exercice p 98, n° 65 :** **(Amérique du Sud 2006)**

x est un nombre supérieur à 2.
On considère un rectangle *VOUS* tel que :



1) On donne :

$E=(2x+7)(2x-3)$;

$G=2(2x+7)+2(2x-3)$.

a) Développer et réduire l'expression *E*.
b) Développer et réduire l'expression *G*.
2) Que représente géométriquement l'expression *E* ? l'expression *G* ?
3) a) Déterminer x pour que la longueur *VO* soit le double de la longueur *VS*.
b) Que vaut la valeur de l'expression *G* dans ce cas ?

Correction :

1) a) Développement de l'expression *E* :

$E=(2x+7)(2x-3)$

$E=4x^2-6x+14x-21$

$\boxed{E=4x^2+8x-21.}$

b) Développement de l'expression *G* :

$G=2(2x+7)+2(2x-3)$

$G=4x+14+4x-6$

$\boxed{G=8x+8.}$

2) L'expression *E* représente l'aire du rectangle *VOUS*, et l'expression *G* représente son périmètre.

3) a) On cherche x tel que : $VO=2\times VS$

$2x+7=2(2x-3)$

$2x+7=4x-6$

$7+6=4x-2x$

$2x=13$

$\boxed{x=\frac{13}{2}.}$

Il existe une unique valeur de x pour laquelle la longueur *VO* est le double de la longueur *VS* : c'est $\frac{13}{2}$.

b) Dans ce cas, d'après la question 1.b : $G=8\times\frac{13}{2}+8$

$G=52+8$

$\boxed{G=60.}$

☺ **Exercice p 100, n° 81 :**

Sarah décide de faire de l'équitation. Le club hippique lui propose deux tarifs :
Option 1 : 18 € la séance ;
Option 2 : une carte d'abonnement de 120 € pour l'année avec un tarif de 12 € la séance.
1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de séances	5	15	30
Prix payé avec l'**option 1**			
Prix payé avec l'**option 2**			

b Préciser, dans chaque cas, l'option la plus avantageuse.
2) On appelle *n* le nombre de séances effectuées dans l'année par Sarah.
a) Exprimer en fonction de *n* la somme payée avec l'**option 1**.
b) Exprimer en fonction de *n* la somme payée avec l'**option 2**.
3) Sarah dispose de 500 € pour son année d'équitation.
Pour chacune des options, calculer le nombre de séances qu'elle pourra effectuer.
4) Pour quel nombre de séances la somme payée avec l'**option 1** est-elle égale à la somme payée avec l'**option 2** ?

Correction :

1) a) Tableau :

Nombre de séances	5	15	30
Prix payé avec l'option 1	90	270	540
Prix payé avec l'option 2	180	300	480

b) Pour 5 séances annuelles, l'option 1 est la plus avantageuse.
Pour 15 ou 30 séances annuelles, l'option 2 est la plus avantageuse.

2) a) La somme payée pour *n* séances annuelles avec l'option 1 est : $18n$.

b) La somme payée pour *n* séances annuelles avec l'option 2 est : $12n+120$.

3)

$$18n = 500$$
$$n = \frac{500}{18}$$
$$\boxed{n = \frac{250}{9}}.$$

$$12n+120 = 500$$
$$12n = 500-120$$
$$12n = 380$$
$$n = \frac{380}{12}$$
$$\boxed{n = \frac{95}{3}}.$$

$\frac{250}{9} \approx 27,8$ et $\frac{95}{3} \approx 31,7$.

Si elle dispose de 500 € pour son année d'équitation, Sarah pourra effectuer 27 séances avec l'option 1 et 31 avec l'option 2.

4) On résout l'équation : $18n = 12n + 120$

$18n - 12n = 120$

$6n = 120$

$n = \dfrac{120}{6}$

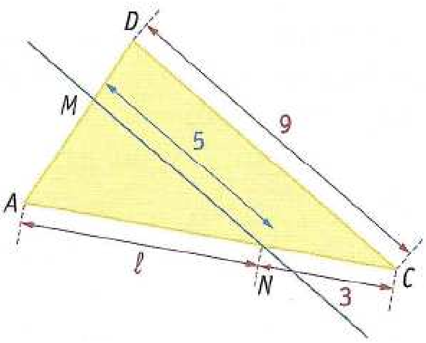
$\boxed{n = 20.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est 20.

La somme payée avec l'option 1 est égale à la celle payée avec l'option 2 si on effectue 20 séances dans l'année.

☺ **Exercice p 100, n° 89 :**

ACD est un triangle. Le point M appartient au segment $[AD]$ et le point N appartient au segment $[AC]$. Les droites (MN) et (CD) sont parallèles.
On a : $AN = l$ cm, $NC = 3$ cm, $MN = 5$ cm et $DC = 9$ cm.



Calculer la valeur exacte de AN.

Correction :

Les droites (DM) et (CN) sont sécantes en A et les droites (MN) et (CD) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{DC}$, soit $\dfrac{AM}{AD} = \dfrac{l}{l+3} = \dfrac{5}{9}$.

D'où : $\dfrac{l}{l+3} = \dfrac{5}{9}$

donc $9l = 5(l+3)$

$9l = 5l + 15$

donc $9l - 5l = 15$

$4l = 15$

$l = \dfrac{15}{4}$

$\boxed{l = 3{,}75 \text{ cm.}}$

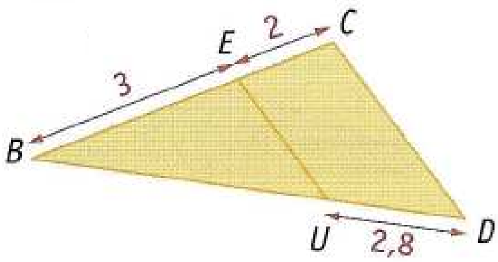
Le segment $[AN]$ mesure donc 3,75 cm.

☺ **Exercice p 227, n° 71 :**

Les longueurs sont exprimées en centimètres.

Soit la figure ci-dessous pour laquelle :

- les points *B*, *E* et *C* sont alignés ;
- les points *B*, *U* et *D* sont alignés ;
- $(EU)//(CD)$.



Calculer la longueur *BU*. Justifier la réponse.

Correction :

Les droites (CE) et (DU) sont sécantes en B et les droites (EU) et (CD) sont parallèles, donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BU}{BD}=\dfrac{EU}{CD}$.

D'où : $\dfrac{3}{3+2}=\dfrac{BU}{BU+2,8}$

donc $3(BU+2,8)=5BU$

$3BU+8,4=5BU$

donc $5BU-3BU=8,4$

$2BU=8,4$

$BU=\dfrac{8,4}{2}$

$\boxed{BU=4,2\text{ cm.}}$

Le segment $[BU]$ mesure donc 4,2 cm.

☺ **Exercice p 95, n° 21 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $x(x+13)=0$;

b) $x(18-x)=0$.

Correction :

a) $x(x+13)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $x+13=0$

$x=-13$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et -13.

b) $x(18-x)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $18-x=0$

$x=18$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et 18.

☺ **Exercice p 95, n° 22 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(3x+6)(x+12)=0$;

b) $(2x-1)(x-12)=0$.

Correction :

a) $(3x+6)(x+12)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$3x+6=0$ ou $x+12=0$

$3x=-6$ $\quad$ $x=-12$

$x=-\frac{6}{3}$

$x=-2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -2 et -12.

b) $(2x-1)(x-12)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x-1=0$ ou $x-12=0$

$2x=1$ $\quad$ $x=12$

$x=\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{1}{2}$ et 12.

☺ **Exercice p 95, n° 23 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(4x-8)(3x-1)=0$;

b) $(-5x+10)(7x-3)=0$.

Correction :

a) $(4x-8)(3x-1)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$4x-8=0$	ou	$3x-1=0$
$4x=8$		$3x=1$
$x=\frac{8}{4}$		$x=\frac{1}{3}$
$x=2$.		

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 2 et $\frac{1}{3}$.

b) $(-5x+10)(7x-3)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-5x+10=0$	ou	$7x-3=0$
$5x=10$		$7x=3$
$x=\frac{10}{5}$		$x=\frac{3}{7}$
$x=2$.		

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 2 et $\frac{3}{7}$.

☺ **Exercice p 95, n° 24 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(-4x+5)(9x+13)=0$;

b) $(x+1)(-2x-3)=0$.

Correction :

a) $(-4x+5)(9x+13)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-4x+5=0$	ou	$9x+13=0$
$4x=5$		$9x=-13$
$x=\frac{5}{4}$		$x=-\frac{13}{9}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{5}{4}$ et $-\frac{13}{9}$.

b) $(x+1)(-2x-3)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x+1=0$	ou	$-2x-3=0$
$x=-1$		$2x=-3$
		$x=-\frac{3}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -1 et $-\frac{3}{2}$.

☺ **Exercice p 95, n° 25 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{2}{3}x+4\right)=0$;

b) $\left(\frac{3}{5}x-7\right)\left(\frac{5}{3}x+6\right)=0$.

Correction :

a) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{2}{3}x+4\right)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$\frac{1}{2}x+1=0$	ou	$\frac{2}{3}x+4=0$
$\frac{1}{2}x=-1$		$\frac{2}{3}x=-4$
$x=-1\times 2$		$x=-4\times\frac{3}{2}$
$x=-2$		$x=-6$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -2 et -6.

b) $\left(\frac{3}{5}x-7\right)\left(\frac{5}{3}x+6\right)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$\frac{3}{5}x-7=0$	ou	$\frac{5}{3}x+6=0$
$\frac{3}{5}x=7$		$\frac{5}{3}x=-6$
$x=7\times\frac{5}{3}$		$x=-6\times\frac{3}{5}$
$x=\frac{35}{3}$		$x=-\frac{18}{5}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{35}{3}$ et $-\frac{18}{5}$.

☺ **Exercice p 95, n° 26 :**

Résoudre chacune des équations :

a) $(x+5)^2=0$; **b)** $(x-7)^2=0$; **c)** $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$; **d)** $\left(\frac{2}{5}x-3\right)^2=0$.

Correction :

a) $(x+5)^2=0$.

L'équation équivaut à : $x+5=0$

$\boxed{x=-5.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est -5.

b) $(x-7)^2=0$.

L'équation équivaut à : $x-7=0$

$\boxed{x=7.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est 7.

c) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$.

L'équation équivaut à : $x-\frac{1}{2}=0$

$\boxed{x=\frac{1}{2}.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\frac{1}{2}$.

b) $\left(\frac{2}{5}x-3\right)^2=0$.

L'équation équivaut à : $\frac{2}{5}x-3=0$

$\frac{2}{5}x=3$

$x=3\times\frac{5}{2}$

$\boxed{x=\frac{15}{2}.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\frac{15}{2}$.

☺ **Exercice p 95, n° 27 :**

On veut résoudre l'équation : $(x+5)^2+(x+5)(x-1)=0$.

1) Factoriser le premier membre de l'équation.

2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$$(x+5)^2+(x+5)(x-1)=(x+5)\left[(x+5)+(x-1)\right]=(x+5)(2x+4).$$

2) D'après la question 1, l'équation $(x+5)^2+(x+5)(x-1)=0$ équivaut à $(x+5)(2x+4)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$x+5=0$ ou $2x+4=0$

$x=-5$. $\qquad 2x=-4$

$x=-\dfrac{4}{2}$

$x=-2$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -5 et -2.

☺ **Exercice p 95, n° 28 :**

On veut résoudre l'équation : $(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=0$.

1) Factoriser le premier membre de l'équation.

2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$$(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=(x+1)\left[(5x-1)-(3x-12)\right]=(x+1)[5x-1-3x+12]=(x+1)(2x+11).$$

2) D'après la question 1, l'équation $(x+1)(5x-1)-(x+1)(3x-12)=0$ équivaut à $(x+1)(2x+11)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$x+1=0$ ou $2x+11=0$

$x=-1$. $\qquad 2x=-11$

$x=-\dfrac{11}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -1 et $-\dfrac{11}{2}$.

☺ **Exercice p 95, n° 29 :**

On veut résoudre l'équation : $(2x+3)^2-4=0$.

1) Factoriser le premier membre de l'équation.

2) Résoudre cette équation.

Correction :

1) Factorisation :

$$(2x+3)^2-4=\left[(2x+3)+2\right]\left[(2x+3)-2\right]=(2x+5)(2x+1).$$

2) D'après la question 1, l'équation $(2x+3)^2-4=0$ équivaut à $(2x+5)(2x+1)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$2x+5=0$	ou	$2x+1=0$
$2x=-5$		$2x=-1$
$x=-\frac{5}{2}$.		$x=-\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{5}{2}$ et $-\frac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 96, n° 41 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $3x^2+2x=0$; **b)** $(x+2)(-x+1)+(x-3)(x+2)=0$;

c) $(2x-6)(-x+5)-2(-x+5)=0$; **d)** $(5x-8)(x-3)-(x-1)(x-3)=0$.

Correction :

a) $3x^2+2x=0$

$x(3x+2)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$x=0$	ou	$3x+2=0$
		$3x=-2$
		$x=-\frac{2}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $-\frac{2}{3}$.

b) $(x+2)(-x+1)+(x-3)(x+2)=0$

$(x+2)\left[(-x+1)+(x-3)\right]=0$

$-2(x-2)=0$

$x-2=0$

$\boxed{x=2.}$

L'équation admet donc une unique solution : c'est 2.

c) $(2x-6)(-x+5)-2(-x+5)=0$

$(-x+5)\left[(2x-6)-2\right]=0$

$(-x+5)(2x-8)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$-x+5=0$	ou	$2x-8=0$
$x=5$		$2x=8$
		$x=\frac{8}{2}$
		$x=4$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 5 et 4.

d) $(5x-8)(x-3)-(x-1)(x-3)=0$

$(x-3)\left[(5x-8)-(x-1)\right]=0$

$(x-3)[5x-8-x+1]=0$

$(x-3)(4x-7)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x-3=0$	ou	$4x-7=0$
$x=3$		$4x=7$
		$x=\frac{7}{4}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 3 et $\frac{7}{4}$.

☺ **Exercice p 96, n° 43 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $x^2-2x+1=0$; **b)** $x^2-18x+81=0$;
c) $9x^2+12x+4=0$; **d)** $4x^2-4x+1=0$.

Correction :

a) $x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $x - 1 = 0$

$x = 1$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est 1.

b) $x^2 - 18x + 81 = 0$

$(x-9)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $x - 9 = 0$

$x = 9$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est 9.

c) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

$(3x+2)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $3x + 2 = 0$

$3x = -2$

$x = -\dfrac{2}{3}$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est $-\dfrac{2}{3}$.

d) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x-1)^2 = 0$.

L'équation équivaut à : $2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = \dfrac{1}{2}$.

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\dfrac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 96, n° 44 :**

Factoriser le premier membre de chaque équation, puis la résoudre :

a) $x^2 - 64 = 0$; **b)** $x^2 - 7 = 0$;
c) $9x^2 - 25 = 0$; **d)** $4x^2 - 49 = 0$.

Correction :

a) $x^2-64=0$

$(x+8)(x-8)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$x+8=0$ ou $x-8=0$

$x=-8$ $\quad$ $x=8$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -8 et 8.

c) $9x^2-25=0$

$(3x+5)(3x-5)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$3x+5=0$ ou $3x-5=0$

$3x=-5$ $\quad$ $3x=5$

$x=-\frac{5}{3}$ $\quad$ $x=\frac{5}{3}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{5}{3}$ et $\frac{5}{3}$.

d) $4x^2-49=0$

$(2x+7)(2x-7)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut à :

$2x+7=0$ ou $2x-7=0$

$2x=-7$ $\quad$ $2x=7$

$x=-\frac{7}{2}$ $\quad$ $x=\frac{7}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{7}{2}$ et $\frac{7}{2}$.

☺ **Exercice p 97, n° 52 :**

Résoudre chaque équation :

a) $(7x+1)^2-(3x+4)^2=0$; **b)** $(6x-1)^2-(2x+1)^2=0$.

Correction :

a) $(7x+1)^2-(3x+4)^2=0$

$\left[(7x+1)+(3x+4)\right]\left[(7x+1)-(3x+4)\right]=0$

$(7x+1+3x+4)(7x+1-3x-4)=0$

$(10x+5)(4x-3)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$10x+5=0$	ou	$4x-3=0$
$10x=-5$		$4x=3$
$x=-\frac{5}{10}$		$x=\frac{3}{4}$
$x=-\frac{1}{2}$.		

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$.

b) $(6x-1)^2-(2x+1)^2=0$

$\left[(6x-1)+(2x+1)\right]\left[(6x-1)-(2x+1)\right]=0$

$(6x\cancel{-1}+2x\cancel{+1})(6x-1-2x-1)=0$

$8x(4x-2)=0$.

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$	ou	$4x-2=0$
		$4x=2$
		$x=\frac{2}{4}$
		$x=\frac{1}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $\frac{1}{2}$.

☺ **Exercice p 100, n° 88 :**

On sait que $y\neq-2$.

Résoudre l'équation $\frac{5y}{y+2}=\frac{3}{4}$.

Correction :

$$\frac{5y}{y+2}=\frac{3}{4}$$
$$20y=3(y+2)$$
$$20y=3y+6$$
$$20y-3y=6$$
$$17y=6$$
$$\boxed{y=\frac{6}{17}}.$$

L'équation admet donc une unique solution : c'est $\frac{6}{17}$.

☺ **Exercice p 97, n° 62 :**

Le triple du carré d'un nombre entier est égal au double de ce nombre.
Quel est ce nombre ?

Correction :

Soit x le nombre entier cherché.

On résout l'équation : $3x^2=2x$

$$3x^2-2x=0$$
$$x(3x-2)=0.$$

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x=0$ ou $3x-2=0$

$$3x=2$$
$$x=\frac{2}{3}.$$

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont 0 et $\frac{2}{3}$.

Or, $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre entier.

Il existe donc un unique nombre entier dont le double est égal au triple du carré c'est 0.

☺ **Exercice p 100, n° 86 :**

On sait que $x\neq 0$.

Résoudre l'équation $\frac{4x}{3}=\frac{3}{x}$.

Correction :

$$\frac{4x}{3}=\frac{3}{x}$$
$$4x^2=9$$
$$4x^2-9=0$$
$$(2x+3)(2x-3)=0.$$

Or, un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x+3=0$ ou $2x-3=0$

$2x=-3$ $2x=3$

$x=-\frac{3}{2}$ $x=\frac{3}{2}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{2}$.

☺ **Exercice p 98, n° 66 :** **(Nice 2006)**

On donne : $D=(2x-3)(5-x)+(2x-3)^2$.

1) Développer et réduire *D*.
2) Factoriser *D*.
3) Résoudre l'équation $(2x-3)(x+2)=0$.

Correction :

1) Développement :

$$D=(2x-3)(5-x)+(2x-3)^2$$
$$D=10x-2x^2-15+3x+4x^2-12x+9$$
$$\boxed{D=2x^2+x-6.}$$

2) Factorisation :

$$D=(2x-3)(5-x)+(2x-3)^2$$
$$D=(2x-3)\left[(5-x)+(2x-3)\right]$$
$$D=(2x-3)\left[(5-x)+(2x-3)\right]$$
$$\boxed{D=(2x-3)(x+2).}$$

3) Equation :

$(2x-3)(x+2)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$2x-3=0$ ou $x+2=0$

$2x=3$ $\boxed{x=-2.}$

$\boxed{x=\frac{3}{2}}$

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $\frac{3}{2}$ et -2.

☺ **Exercice p 98, n° 67 :** **(Besançon 2006)**

On considère l'expression : $E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$.

1) Développer et réduire l'expression *E*.

2) Factoriser *E*.

3) Calculer la valeur de l'expression *E* pour $x=-2$.

4) a) Résoudre l'équation $(3x+2)(5x-3)=0$.

b) Les solutions de cette équation sont-elles des nombres décimaux ?

Correction :

1) Développement :

$E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$

$E=9x^2+12x+4-\left[15x+10-6x^2-4x\right]$

$E=9x^2+12x+4-11x-10+6x^2$

$\boxed{E=15x^2+x-6.}$

2) Factorisation :

$E=(3x+2)^2-(5-2x)(3x+2)$

$E=(3x+2)\left[(3x+2)-(5-2x)\right]$

$E=(3x+2)[3x+2-5+2x]$

$\boxed{E=(3x+2)(5x-3).}$

3) Valeur de l'expression *E* pour $x=-2$:

D'après la question 1, pour tout nombre relatif x : $E=15x^2+x-6$.

Donc, pour $x=-2$: $E=15\times(-2)^2+(-2)-6$

$E=15\times 4-8$

$E=60-8$

$\boxed{E=52.}$

4) a) Equation :

$(3x+2)(5x-3)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$3x+2=0$

$3x=-2$

$\boxed{x=-\frac{2}{3}}$

ou

$5x-3=0$

$5x=3$

$\boxed{x=\frac{3}{5}.}$

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{5}$.

b)

$$\begin{array}{l|l} 2 & 3 \\ \hline \\ \underline{2}0 & 0{,}66\ldots \\ \quad \underline{2}0\ldots & \end{array}$$

On retrouve le même reste (2), donc la division est infinie : la solution $-\frac{2}{3}$ n'est donc pas un nombre décimal.

En revanche, $\frac{3}{5}=0,6$: la solution $\frac{3}{5}$ est donc un nombre décimal.

☺ **Exercice p 98, n° 68 :** **(Nancy Metz 2005)**

On considère l'expression : $E=4x^2-9+(2x+3)(x-2)$.

1) Développer et réduire l'expression *E*.

2) Factoriser $4x^2-9$.

En déduire la factorisation de l'expression *E*.

3) a) Résoudre l'équation $(2x+3)(3x-5)=0$.

b) Cette équation a-t-elle une solution entière ?

c) Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

Correction :

1) Développement :

$E=4x^2-9+(2x+3)(x-2)$

$E=4x^2-9+2x^2-4x+3x-6$

$\boxed{E=6x^2-x-15.}$

2) Factorisation :

$\boxed{4x^2-9=(2x+3)(2x-3).}$

D'où :

$E=(2x+3)(2x-3)+(2x+3)(x-2)$

$E=(2x+3)[(2x-3)+(x-2)]$

$\boxed{E=(2x+3)(3x-5).}$

3) a) Equation :

$(2x+3)(3x-5)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut donc à :

$2x+3=0$	ou	$3x-5=0$
$2x=-3$		$3x=5$
$\boxed{x=-\frac{3}{2}}$		$\boxed{x=\frac{5}{3}.}$

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont $-\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$.

b) et c)

5	3
20	1,66…
20…	

On retrouve le même reste (2), donc la division est infinie : la solution $\frac{5}{3}$ n'est donc pas décimale (donc pas entière).

$-\frac{3}{2}=-1,5$: la solution $-\frac{3}{2}$ est donc un nombre décimal non entier.

L'équation $(2x+3)(3x-5)=0$ ne possède donc aucune solution entière ; elle admet par ailleurs une unique solution décimale : c'est $-1,5$.

☺ **Exercice p 98, n° 70 :** **(Métropole 2007)**

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Ecrire le résultat.

1) Ecrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.
2) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.
3) a) Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier.
b) En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.
4) On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

Correction :

1) Si on choisit -2 :

- -2
- $-2+4=2$
- $2\times(-2)=-4$
- $-4+4=0$
- 0.

Donc, si l'on applique ce programme avec le nombre -2, alors on obtient 0.

2) Si on choisit 5 :

- 5
- $5+4=9$
- $9\times5=45$
- $45+4=49$
- 49.

Donc, si l'on applique ce programme avec le nombre 5, alors on obtient $49=7^2$.

3) a) Si on choisit 2 :

- 2
- $2+4=6$
- $6\times2=12$
- $12+4=16$
- $16=4^2$.

Donc, si l'on applique ce programme avec le nombre 2, alors on obtient $16=4^2$.

Si on choisit 3 :

- 3
- $3+4=7$
- $7\times3=21$
- $21+4=25$
- $25=5^2$.

Donc, si l'on applique ce programme avec le nombre 3, alors on obtient $25=5^2$.

b) Notons x le nombre entier choisi au départ.

- x
- $x+4$
- $x(x+4)$
- $\boxed{x(x+4)+4.}$

$R=x(x+4)+4$

$R=x^2+4x+4$

$\boxed{R=(x+2)^2.}$

Donc, si on note x le nombre entier choisi au départ, alors on obtient $(x+2)^2$: si le nombre choisi au départ est entier, alors le résultat du programme de calcul est le carré d'un nombre entier.

4) Si on obtient 1 :

On résout l'équation : $(x+2)^2=1$

$(x+2)^2-1=0$

$(x+2+1)(x+2-1)=0$

$(x+3)(x+1)=0$.

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
L'équation équivaut donc à :

$x+3=0$ ou $x+1=0$

$\boxed{x=-3}$ $\boxed{x=-1}$.

L'équation admet donc exactement deux solutions : ce sont -3 et -1.

Pour obtenir 1 comme résultat, on peut choisir les nombres -3 et -1.